

а) каждая прямая из двух семейств характеристик $x+y = C_1$, $x-y = C_2$ уравнения (1) пересекается с кривой L не более чем в одной ее точке;

б) направление касательной к кривой L ни в одной точке не совпадает с характеристическим направлением, соответствующим уравнению (1).

Доказывается существование единственного решения задачи (1), (2).

Рассматривается частный случай, когда кривая L совпадает с осью Oy . В этом случае задача Коши решается методом интегрального преобразования Фурье–Бесселя. Решение последней задачи представляется в явном виде.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бейтмен Г., Эрдейи А. *Таблицы интегральных преобразований*. Т.1. – М., 1969.

В. Э. Гейт (Челябинск)

ПОЛИНОМЫ НАИМЕНЬШЕГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УКЛОНЕНИЯ ОТ НУЛЯ С ПЯТЬЮ ПРЕДПИСАННЫМИ СТАРШИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Теорема. Для заданного $n \in Z_+$ и точки $P = (A_1, \dots, A_4) \in R^4$ полином $R_{n+5}(x) = x^{n+5} + A_1x^{n+4} + \dots + A_4x^{n+1} + a_5x^n + \dots + a_{n+5}$, имеющий наименьшую норму в $L[-1, 1]$ за счет выбора $a_5, \dots, a_{n+5} \in R$, допускает только одно из следующих пяти представлений:

1) $R_{n+5}(x) = U_{n+1}(x)(x^4 + A_1x^3 + (A_2 + \frac{n}{4})x^2 + (A_3 + \frac{n}{4}A_1)x + (A_4 + \frac{n}{4}A_2 + \frac{n^2+3n-2}{32}))$ если и только если в точке P второй сомножитель сохраняет знак на $I = (-1, 1)$, а $U_{n+1}(x)$ — чебышевский полином второго рода;

2) $R_{n+5}(x) = (U_{n+2}(x) + \sigma U_{n+1}(x) + \frac{\sigma^2}{4}U_n(x))(x^3 + (A_1 - \sigma)x^2 + (\frac{3}{4}\sigma^2 - A_1\sigma + A_2 + \frac{n+1}{4})x - (\frac{1}{2}\sigma^3 - \frac{3}{4}A_1\sigma^2 + (A_2 + \frac{n+2}{4})\sigma - (A_3 + \frac{n+1}{4}A_1)))$ для точек P , характеризующихся условием: в интервале

I существует корень σ уравнения

$$\frac{5}{8}\sigma^4 - \frac{1}{2}A_1\sigma^3 + \frac{12A_2 + 3n + 9}{16}\sigma^2 - (A_3 + \frac{n+2}{4}A_1)\sigma + \\ + (A_4 + \frac{n+1}{4}A_2 + \frac{n^2 + 5n + 2}{32}) = 0,$$

при котором второй сомножитель в 2) сохраняет знак на I ;

3) $R_{n+5}(x) = R_{n+3}^{\max}(x, p, q)(x^2 + (A_1 - p) + [A_2 - q - p(A_1 - q)])$ если и только если при данном P система $(A_3 - b_3) - q(A_1 - p) = p[\dots], (A_4 - b_4) - b_3(A_1 - p) = q[\dots]$ имеет решение $(p, q) \in H_3(n, 3)$ [1, с. 584], для которого квадратичный сомножитель из 3) сохраняет знак на I , а b_3, b_4 — коэффициенты при x^n, x^{n-1} (соответственно) в $R_{n+3}^{\max}(x, p, q)$ (там же);

4) $R_{n+5}(x) = R_{n+4}^{\max}(x, p, q, r)(x + A_1 - p)$ в тех и только тех точках P , для которых имеется решение $(p, q, r) \in D_4(n, 4)$ с условием $|A_1 - p| \geq 1$ системы $A_2 - q = p(A_1 - p), A_3 - r = q(A_1 - p), A_4 - b_4 = r(A_1 - p)$; причем b_4 — коэффициент при x^n в $R_{n+4}^{\max}(x, p, q, r)$ [1, с. 586], а область $D_4(n, 4)$ задается неравенствами: $1 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_3 > 0, 1 + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 > 0, 3 - \theta_1 - \theta_2 + 3\theta_3 > 0, 1 - \theta_2 + \theta_1\theta_3 - \theta_3^2 > 0$, где $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ берутся из п. 4) теоремы 7 [1];

5) $R_{n+5}(x) = R_{n+5}^{\max}(x, A_1, \dots, A_4)$ для всех остальных точек $P = (A_1, \dots, A_4)$, не вошедших в пункты 1) — 4), см. в [1, 2] полиномы R_{n+l}^{\max} при $l = 5$.

Отметим, что в другой форме и иными средствами полиномы R_{n+l}^{\max} охарактеризовал ранее Ф. Пеерсторфер (см. [3] и указанную там литературу).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гейт В. Э. О полиномах, наименее уклоняющихся от нуля в метрике $L[-1, 1]$ // Докл. Акад. Наук. — 2000. — Т. 370. — No 5. — С. 583–586.
2. Гейт В. Э. О полиномах, наименее уклоняющихся от нуля в метрике $L[-1, 1]$ // Сиб. журн. вычисл. математики/ РАН. Сиб. отд-ние. — Новосибирск, 1999. — Т. 2. — No 3. — С. 223–238.
3. Peherstorfer F. *Orthogonal Polynomials in L^1 - Approximation*// J. of Approx. Theory. — 1988. — V. 52. — No 3. — P. 241–268.